Maple jako nástroj pro podporu kvantifikace užitečnosti v ekonomii

RNDr. Zuzana Chvátalová, Ph.D.

Fakulta podnikatelská Vysokého učení technického v Brně, Kolejní 4, 612 00 Brno, Česká republika , telefon: 420541142658, e-mail: chvatalova@fbm.vutbr.cz

Abstrakt

Metody kvantitativních disciplín s vývojem informačních a komunikačních technologií dnes pronikají i do řešení ekonomických problematik kvalitativního charakteru, k nimž patří i užitečnost. Popis modelu užitečnosti musí reflektovat a vypovídat její faktickou ekonomickou podstatu a vlastnosti. V článku je poukázáno na techniky pro analýzu konkrétního modelu užitečnosti v prostředí systému Maple.

Klíčová slova

Systém Maple, užitečnost, křivky užitečnosti, mezní užitečnost, mezní míra substituce.

Úvod

Teorie **spotřebitelského chování** je zcela založena na termínech **spotřebitelských preferencí** a **užitek** je posuzován jako způsob popisu preferencí (Varian, 1995). Preference zohledňují skutečnosti vedoucí spotřebitele k určitým rozhodnutím při nákupu daného statku. Přístup k této problematice má tedy spíše ordinální charakter, protože užitek je determinován především kvalitativními faktory, **funkce užitečnosti** pak přisoudí **spotřebním košům/ svazkům zboží** (dále košům/svazkům) určité pořadí (očísluje je). Prudký rozvoj prostředků informačních a komunikačních technologií (dále ICT) a jejich nasazování při vědeckých výpočtech a vizualizacích z ekonomických teorií, které byly dříve chápány více jako disciplíny společensko–vědní, dnes podporuje přeměnu těchto oborů v disciplíny, v nichž se kvantitativní metody široce a smysluplně uplatní. Pro empirické výzkumy v ekonomii a měření hodnot je nepříznivé to, že ekonomické experimenty se špatně řídí a opakují. Možnosti znázornění vizualizací, animací či simulací určitého ekonomického jevu vhodným počítačovým systémem pak mohou být pevnou základnou mnoha ekonomických činností, manažerského rozhodování i řízení a správy. Zvláště v současnosti, kdy ekonomická krize prostupuje z USA i do všech států Evropské unie a narušuje jejich udržitelný rozvoj, brzké, erudované informace a poznatky, často interdisciplinárního charakteru, mohou být zásadní pro včasná rozhodnutí a udržitelnost vývoje.

V současnosti existuje mnoho kvalitních cíleně vyvíjených počítačových systémů, například ***Maple, Mathematica*****,** ***Statgraphics, Statistica*** aj. Vědecké výpočty tak sehrávají stále důležitější úlohu. K analýze modelu funkce užitečnosti je v tomto článku zvolen počítačový systém **Maple**, produkt kanadské společnosti Maplesoft Inc., vyvíjený přes třicet let. Mezi jeho priority patří neustálé inovace reflektující potřeby praxe, vstřícné pracovní a komunikační prostředí podporující jak logiku, tak intuici uživatele, stále zdokonalované vizualizační prostředky a prezentace vědeckých výpočtů, pohodlný samoobslužný interaktivní „klikací kalkul“ a především samostatnost zvládnutí systému i pro začínající uživatele.

Funkce užitečnosti

Funkce užitečnosti preference kvantifikuje. Problematiku tak nabízí zpracovat pomocí kvantitativních metod. Různé koše/svazky je spotřebitel při racionálním chování schopen **uspořádat** nebo považovat za stejně užitečné **(**tzv. **indiferentní)**. Nabízí se více návodů, jakým způsobem kvantifikaci zavést. Například čím vyšší užitek koše/svazku (tj. čím vyšší jsou jeho preference), tím vyšší číselná hodnota mu je přiřazena. K odvození funkce užitečnosti se v praxi často přistupuje z popisu spotřebitelské poptávky, která zachycuje spotřebitelovo chování. Poptávka hraje významnou roli v tržním prostředí, přitom její faktická identifikace patří k velmi obtížným úlohám.

Funkce užitečnosti *U* je funkcí více proměnných. Pro možnost grafické interpretace, uvažujme $U=U(x,y)$ jako funkci dvou proměnných (ceteris paribus), kdy koš/svazek (x, y) vyjadřuje množství obou vstupů. Významnými charakteristikami pro analýzu funkce užitečnosti a její aplikace v praxi jsou odhady jejích změn, resp. rychlostí těchto změn. K tomu jsou určeny mezní užitečnosti, resp. vyšší parciální derivace, k jejichž výpočtům poslouží vhodně prostředky diferenciálního počtu funkcí více proměnných. **Mezní užitečnost** U_x' **vzhledem k** $\boldsymbol{x}$ vyjadřuje přibližnou změnu U při změně x o jednotku při konstantním y. **Mezní užitečnost** U_y' **vzhledem k** $\boldsymbol{y}$ vyjadřuje přibližnou změnu U při změně y o jednotku při konstantním x. Změnu U jako odezvu „nejednotkovým“ a současným změnám x o Δx a y o Δy odhadne diferenciál, tj. $\Delta U = \Delta U(x,y) \approx dU = dU(x,y) = U_x'(x,y)dx + U_y'(x,y)dy$.

Obecně, při konstrukci funkce užitečnosti pro zachování ekonomické podstaty jsou na vlastnosti této funkce kladeny některé požadavky, které musí funkce užitečnosti reflektovat: funkční závislost, spojitost, existenci níže uvedených parciálních derivací včetně některých jejich vlastnosti: $U_x' > 0$, $U_y' > 0$, tj. mezní užitečnosti jsou vždy kladné, dále $U_{xx}'' < 0$, $U_{yy}'' < 0$, neboť musí platit tzv. **zákon klesající mezní užitečnosti:** roste-li *x,* resp. *y* (tj. jeden ze vstupů) při konstantním *y*, resp. *x* (tj. druhého vstupu), pak odpovídající mezní užitečnost (tj. výstup) klesá.

Pro zachování žádaných vlastností jsou funkce užitečnosti často modelovány závislostmi tvaru $U(x,y) = x^a y^b$ (tzv. **Cobb-Douglasovými funkcemi užitečnosti**)[1], kde konstanty $a, b \in <0;1>$. Často se jeví účelným požadovat, aby součet exponentů $a+b$ byl roven jedné. Promítnutím indiferenčních křivek funkce užitečnosti (tzv. **křivky užitečnosti)** do roviny ***xy*** obdržíme mapu indiferenčních křivek funkce užitečnosti (tzv. **mapu užitečnosti**). Body na dané křivce užitečnosti představují kombinace množství x a y se stejnou užitečností. **Mezní míra (komoditní) substituce**[2] $MRCS = MRCS(x,y) = \dfrac{U'_x(x,y)}{U'_y(x,y)}$ udává, o kolik se musí zvýšit/snížit y při snížení/zvýšení x o jednotku, aby se nezměnila míra užitečnosti. Sklon indiferenční křivky v daném bodě je znám jako mezní míra (komoditní) substituce. Měří poměr, při kterém je ochoten spotřebitel substituovat jeden statek jiným. Monotónnost preferencí způsobuje negativní sklon indiferenčních křivek, protože mezní míra (komoditní) substituce je číselnou mírou sklonu indiferenční křivky, tedy je číslem záporným (Varian, 1995). V praxi bývá „zkladňována“ (předsazením znaménka minus nebo užitím absolutní hodnoty). Klesající mezní míra substituce znamená, že čím menší bude jeden ze vstupů, tím větší musí být druhý vstup, aby se hladina výstupu nezměnila.

I když uvažujeme funkci užitečnosti jako funkci dvou proměnných, veškeré výpočty a vizualizace mohou být zdlouhavé a náročné. Proto ukážeme výpočtové a prezentační manipulace a vizualizace využitím pracovního prostředí systému Maple.

Případová studie funkce užitečnosti

Pro dvě komodity byla ze spotřebitelské poptávky modelována funkce užitečnosti jako $U = U(x,y) = x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}$, kde x a y představují množství těchto komodit. Celá analyzovaná situace bude postupně prezentována a popisovaná přímo příkazy a výstupy v systému Maple.

1 Paul Douglas – ekonom University of Chicago, senátor USA, Charles Cobb – matematik, Amherst College. Cobb-Douglasova forma funkce původně byla využívána pro produkční funkce. (Varian, 1995). V r. 1928 Cobb a Douglas zohlednili princip funkce, kdy jeden vstup lze nahradit jiným, ne ale v konstantním poměru.

2 Ve vědecké literatuře se často označuje pouze jako *MRS.*

(A) Vizualizace funkce užitečnosti v 3D a výpočet její hladiny pro koše/svazky (2,5;5) a (7,5;2):

Tabulka 1: Zadání funkce užitečnosti v Maple, výpočty hodnot pro dva koše/svazky

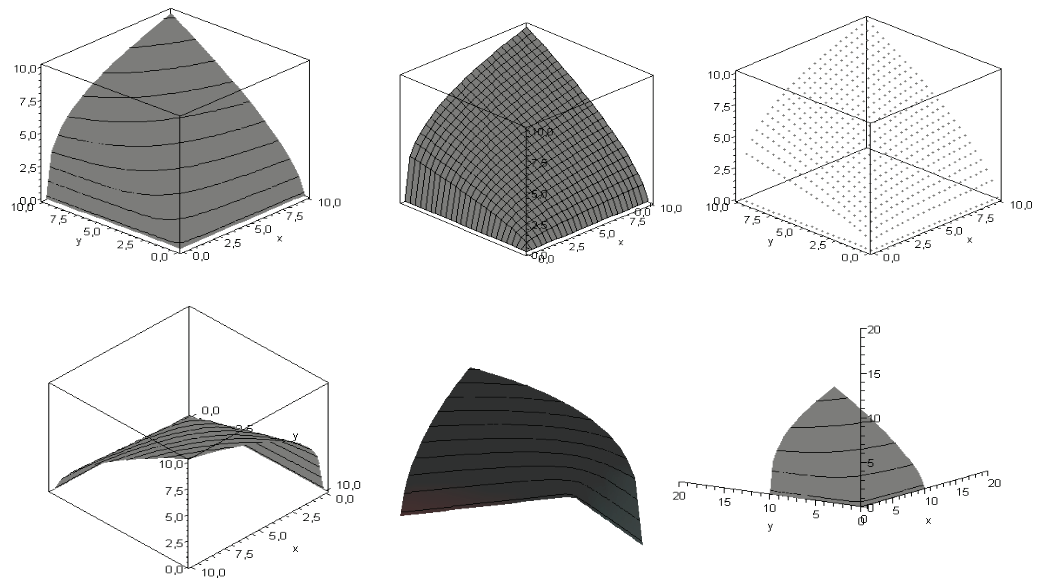
Počítané hodnoty	***Maple-příkazy***
Načtení funkce	$U := (x, y) \rightarrow x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}};$
U(2,5;5) U(7,5;2)	$subs\left(x = 2.5, y = 5, x^{1/3}\, y^{2/3}\right);\ evalf\,(\%);$ $subs\left(x = 7.5, y = 2, x^{1/3}\, y^{2/3}\right);\ evalf\,(\%);$

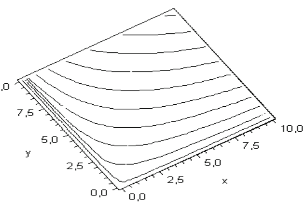
Počítané hodnoty	***Odezva systému***
Načtení funkce	$(x, y) \rightarrow x^{1/3}\, y^{2/3}$
U(2,5;5) U(7,5;2)	$1.3572088085^{2/3}$, tj. 3.96850262 $1.9574338212^{2/3}$, tj. 3.10723250

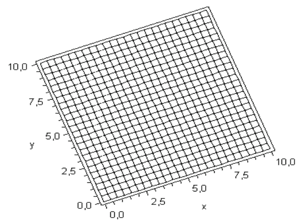
Grafy 1 -9: 3D-vizualizace zvoleného modelu Cobb-Dougalsovy funkce užitečnosti v Maple

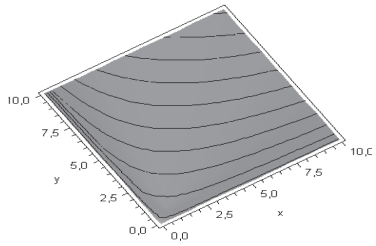
Maple-příkaz a následný grafický výstup systému Maple včetně jeho dalších modifikací:

$with(plots) : plot3d(U(x, y), x = 0..10, y = 0..10, style = patch, axes = boxed, style = surfacecontour);$









Dílčí diskuse: Na Grafech 1 až 9 jsou zachyceny 3D-vizualizace[3] funkce zvoleného modelu funkce užitečnosti zdůrazněním křivek užitečnosti, včetně mapy křivek užitečnosti (Grafy 7 až 9), kde vertikální souřadnice (*z*-ová) zachycuje hladiny funkce užitečnosti z různých pohledů, v různých typech os, vykreslovacích způsobech a měřítcích. Toho lze v Maple dosáhnout snadnou manipulací, rychlou interaktivní „klikací“ technikou. Lze tak i vizualizací vyhodnotit (či orientačně odhadnout), např. že takto zvolená funkce užitečnosti nenabývá lokálního extrému. Pouze v případě svázáním nějakou podmínkou (což může v ekonomické praxi nastat, např. shora omezením množství x a y), pak lze spočítat vázaný extrém funkce (z důvodu rozsahu příspěvku neuvádíme). Rovněž vizuálním vyhodnocením lze odhadnout, že z uvažovaných košů/svazků je (2,5;5) preferovanějším, než je (7,5;2), jak potvrzuje i přesný výpočet v Maple (Tabulka 1), neboť $U(2{,}5;5) = 3{,}969$ a $U(7{,}5;2) = 3{,}107$.[4]

(B) Podrobnější vizualizace funkce užitečnosti promítnutím vybraných indiferenčních křivek užitečnosti do rovin *Uy* a *Ux*:

Nakreslíme křivky $U(x_{konst.},y)$ promítnuté do roviny Uy (pro vybrané konstantní hladiny x) a křivky $U(x,y_{konst.})$ do roviny Ux (pro vybrané konstantní hladiny y). Nejprve při konstantních hodnotách x (x=1, resp. 5, resp. 9) vyjádříme U jako funkci jedné proměnné y (Tabulka 2), analogicky při konstantních hodnotách y (y=1, resp. 5, resp. 9) vyjádříme U jako funkci jedné proměnné x (Tabulka 3). Následně budeme vizualizovat:

[3] Z důvodu rozsahu příspěvku nelze uvádět modely v patřičné velikosti. V prostředí systému Maple však je lze zvětšovat, otáčet apod. velmi jednoduchou a pohodlnou manipulací..

[4] Pro větší přehlednost ve slovních interpretacích vypočítané hodnoty budeme uvádět zaokrouhlené na tři desetinná místa, a to v celém článku.

Tabulky 2 a 3: Užitečnost jako funkce jedné proměnné, při konstantní volbě další proměnné

Maple-příkazy	*Odezva systému*
$subs\left(x=1, \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)\right);$	$y^{2/3}$
$subs\left(x=5, \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)\right);$	$5^{1/3}\,y^{2/3}$
$subs\left(x=9, \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)\right);$	$9^{1/3}\,y^{2/3}$
$A := \mathbf{proc}(y)\,y^{2/3}\,\mathbf{end}:$	
$B := \mathbf{proc}(y)\,5^{1/3}\,y^{2/3}\,\mathbf{end}:$	
$C := \mathbf{proc}(y)\ 9^{1/3}\,y^{2/3}\,\mathbf{end}:$	

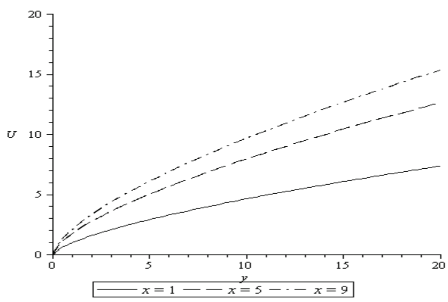
Maple-příkazy	*Odezva systému*
$subs\left(y=1, \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)\right);$	$x^{1/3}$
$subs\left(y=5, \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)\right);$	$x^{1/3}\,5^{2/3}$
$subs\left(y=9, \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right)\right);$	$x^{1/3}\,9^{2/3}$
$E := \mathbf{proc}(x)\,x^{1/3}\,\mathbf{end}:$	
$F := \mathbf{proc}(x)\,x^{1/3}\,5^{2/3}\,\mathbf{end}:$	
$G := \mathbf{proc}(x)\ x^{1/3}\,9^{2/3}\,\mathbf{end}$	

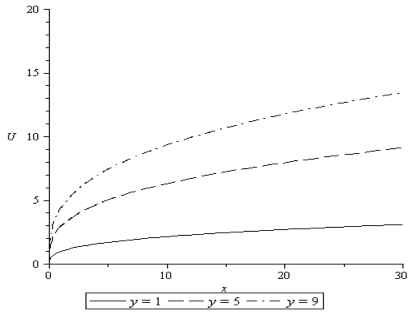
Grafy 10 a 11: Průmět křivek $U(x_{konst.}, y)$, resp. $U(x, y_{konst.})$ do roviny Uy, resp. Ux

Maple-příkazy a následné grafické výstupy systému:

$plot([A(y), B(y), C(y)], y = 0..20, U = 0..20, legend = [x = 1, x = 5, x = 9]);$

$plot([E(x), F(x), G(x)], x = 0..30, U = 0..20, legend = [y = 1, y = 5, y = 9]);$





(C) Ověření podmínek charakterizujících ekonomickou podstatu a vlastnosti funkce užitečnosti daného modelu:

Tabulka 4: Výpočet parciálních derivací prvního řádu $U_x^{'}$, $U_y^{'}$

Počítané hodnoty	*Maple-příkazy*	*Odezva systému*
$U_x^{'}$	$diff\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}, x\right);$	$\frac{1}{3}\frac{y^{2/3}}{x^{2/3}}$
$U_y^{'}$	$diff\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}, y\right);$	$\frac{2}{3}\frac{x^{1/3}}{y^{1/3}}$

***Dílčí diskuse*:** Funkce $U = U(x,y) = x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}$ splňuje evidentně podmínky funkčnosti, je spojitá, pro nulové hodnoty vstupů nabývá nulové hodnoty, existují $U_x^{'}$, $U_y^{'}$ a jsou stále větší než 0 (tj. mezní užitečnosti pro libovolnou volbu množství v koši/svazku (x,y) jsou vždy kladné).

Tabulka 5: Výpočet parciálních derivací druhého řádu $U_{xx}^{''}$, $U_{yy}^{''}$

Počítané hodnoty	*Maple-příkazy*	*Odezva systému*
$U_{xx}^{''}$	$diff\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}, x, x\right);$	$-\frac{2}{9}\frac{y^{2/3}}{x^{5/3}}$
$U_{yy}^{''}$	$diff\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}, y, y\right);$	$-\frac{2}{9}\frac{x^{1/3}}{y^{4/3}}$

***Dílčí diskuse*:** Existují $U_{xx}^{''}$, $U_{yy}^{''}$ a funkcí U je reflektován zákon klesající mezní užitečnosti (tj. s rostoucím vstupem příslušná mezní užitečnost klesá, ceteris paribus), neboť obě uvedené parciální derivace druhého řádu jsou stále záporné. Situaci lze celkově interpretovat tak, že užitečnost se vzrůstajícími vstupy (ceteris paribus) roste, přitom přírůstky se zmenšují (nikoli do záporných hodnot).

(D) Odhad změn funkce užitečnosti příslušné změnám vstupů:
Zvolme x=5 a y=7, spočtěme užitečnost U(5,7) a příslušné mezní užitečnosti $U_x^{/}(5,7)$, $U_y^{/}(5,7)$, odhadněme diferenciálem změnu užitečnosti U, poklesne-li x z 5 na 3 a y ze 7 na 6:

Tabulka 6: Výpočet užitečnosti a odhady jejích změn vzhledem ke změnám vstupů *x* a *y*

Počítané hodnoty	*Maple-příkazy*	*Odezva systému*
$U(5,7)$	$subs\left([x=5, y=7], x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right); evalf(\%);$	$5^{1/3}\,7^{2/3}$, tj. 6.25732474
$U_x'(5,7)$	$subs\left([x=5, y=7], \frac{1}{3}\frac{y^{2/3}}{x^{2/3}}\right); evalf(\%);$	$\frac{1}{15}\,5^{1/3}\,7^{2/3}$, tj. 0.417154983
Odhad $U(6,7)$	$5^{1/3}\,7^{2/3} + \frac{1}{15}\,5^{1/3}\,7^{2/3}; evalf(\%);$	$\frac{16}{15}\,5^{1/3}\,7^{2/3}$, tj. 6.67447973
$U_y'(5,7)$	$subs\left([x=5, y=7], \frac{2}{3}\frac{x^{1/3}}{y^{1/3}}\right); evalf(\%);$	$\frac{2}{21}\,5^{1/3}\,7^{2/3}$, tj. 0.595935690
Odhad $U(5,8)$	$5^{1/3}\,7^{2/3} + \frac{2}{21}\,5^{1/3}\,7^{2/3}; evalf(\%);$	$\frac{23}{21}\,5^{1/3}\,7^{2/3}$, tj. 6.85326043
Odhad $U(5,7)$-$U(3,6)$	$\frac{1}{15}\,5^{1/3}\,7^{2/3}\cdot(-2) + \frac{2}{21}\,5^{1/3}\,7^{2/3}\cdot(-1); evalf(\%);$	$-\frac{8}{35}\,5^{1/3}\,7^{2/3}$, tj. -1.43024565

***Dílčí diskuse*:** Na hladinách x=5 a y=7 je užitečnost U 6,257. Jestliže se změní x z 5 na 6 při konstantním y=7, pak užitečnost U vzroste přibližně o 0,417, tj. přibližně na hodnotu 6,675 a jestliže se změní y ze 7 na 8 při konstantním x=5, pak užitečnost U vzroste přibližně o 0,596, tj. přibližně na hodnotu 6,853. Poklesnou-li současně x z 5 na 3 a y ze 7 na 6, pak užitečnost U poklesne přibližně o 1,430.

(E) Křivky užitečnosti pro vybrané hladiny *U*(*x*,*y*):

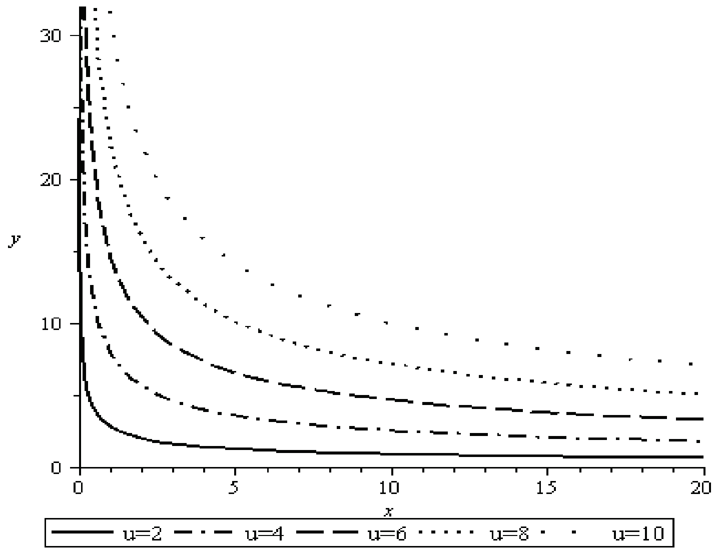
Tabulka 7: Křivky užitečnosti pro vybrané hladiny užitečnosti (vyjádření *y* v závislosti na *x* pro pevně zadané hladiny užitečnosti *U:* 2, resp. 4, resp. 6, resp. 8, resp. 10)

Počítané hodnoty	*Maple-příkazy*	*Odezva systému*
Pro $U(x,y) = 2$ vyjádřit y v závislosti na x	$y_2 = solve\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 2, y\right);$	$y_2 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x}}$
Pro $U(x,y) = 4$ vyjádřit y v závislosti na x	$y_4 = solve\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 4, y\right);$	$y_4 = \frac{8}{\sqrt{x}}$
Pro $U(x,y) = 6$ vyjádřit y v závislosti na x	$y_6 = solve\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 6, y\right);$	$y_6 = \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{x}}$
Pro $U(x,y) = 8$ vyjádřit y v závislosti na x	$y_8 = solve\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 8, y\right);$	$y_8 = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{x}}$
Pro $U(x,y) = 10$ vyjádřit y v závislosti na x	$y_{10} = solve\left(x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 10, y\right);$	$y_{10} = \frac{10\sqrt{10}}{\sqrt{x}}$

Graf 12: Mapa vybraných křivek užitečnosti

Maple-příkaz a následný grafický výstup systému:

$with(plots) : plot\left(\left[\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x}}, \frac{8}{\sqrt{x}}, \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{x}}, \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{x}}, \frac{10\sqrt{10}}{\sqrt{x}}\right], x = 0..20, y = 0..32, legend = ["u=2", "u=4", "u=6", "u=8", "u=10"]\right);$



Zvolme pevnou hodnotu *x* nejprve například x=4, pak x=1 a porovnejme odpovídající hodnoty *y* na výše zvolených hladinách užitečnosti *U*(*x*,*y*)=2, resp. 4, resp. 6, resp. 8, resp. 10 (výpočtem i vizualizací křivek užitečnosti v Grafu 12).

Tabulka 8: Proporcionalita změn *y* ve vztahu k volbě *x* při změně *U*

Pro *x*=1:	***Maple-příkazy***	***Odezva systému***	
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 2, y\right); evalf(\%);$	$2\sqrt{2}$	2.8284271
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 4, y\right);$	8	
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 6, y\right); evalf(\%);$	$6\sqrt{6}$	14.696938
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 8, y\right); evalf(\%);$	$16\sqrt{2}$	22.627416
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 10, y\right); evalf(\%);$	$10\sqrt{10}$	31.622776

Pro x=1:	*Maple-příkazy*	*Odezva systému*	
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 2, y\right); evalf(\%);$	$2\sqrt{2}$	2.8284271
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 4, y\right);$	8	
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 6, y\right); evalf(\%);$	$6\sqrt{6}$	14.696938
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 8, y\right); evalf(\%);$	$16\sqrt{2}$	22.627416
y	$solve\left(1^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 10, y\right); evalf(\%);$	$10\sqrt{10}$	31.622776

***Dílčí diskuse*:** Na hladině x=1 si zvyšování užitečnosti vynutí výraznější změny hodnot y, než je tomu na hladině x=4. Tj. rozhodne-li se spotřebitel pro malé množství x prvního zboží v koši/svazku, chce-li zvýšit své uspokojení (užitečnost), musí žádat výrazněji větší množství y druhého zboží, než kdyby se rozhodl pro větší množství x prvního zboží, a naopak. Což je přirozeně charakteristické pro užitečnost.

(F) Výpočet a užití mezní míry komoditní substituce.

Určíme užitečnost pro $x = 9$ a $y = 8$.

Tabulka 9: Výpočet užitečnosti pro $x = 9$ a $y = 8$

Počítané hodnoty	*Maple-příkazy*	*Odezva systému*
$U(9,8)$	$subs\left([x = 9, y = 8], x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}\right); evalf(\%);$	$9^{1/3}\,8^{2/3}$, tj. 8.32033529

Pro zachování téže užitečnosti „změřme“, o kolik se musí přibližně zvýšit y z hladiny 8, jestliže x se sníží z hladiny 9 o jednotku. K tomu nejprve obecně spočtěme mezní míru komoditní substituce jako podíl příslušných mezních užitečností a tuto veličinu vyhodnoťme na hladinách vstupů $x = 9$ a $y = 8$.

Tabulka 10: Výpočet užitečnosti a odhady jejích změn vzhledem ke změnám vstupů x a y

Počítané hodnoty	***Maple-příkazy***	***Odezva systému***
MRTS(x,y)	$MRCS := \frac{1}{3} \frac{\frac{y^{2/3}}{x^{2/3}}}{\frac{2}{3} \frac{x^{1/3}}{y^{1/3}}};$	$\frac{1}{2} \frac{y}{x}$
MRTS(9,8)	$subs\left([x = 9, y = 8], \frac{1}{2} \frac{y}{x} \right); evalf\,(\%);$	$\frac{4}{9}$, tj. 0.444444444

Dílčí diskuse: Tedy pro zachování užitečnosti 8,320 se při poklesu množství x prvního zboží z hladiny 9 na 8 musí zvýšit množství y druhého zboží z hladiny 8 přibližně o 0,444.

Závěr

Znalost spotřebitelských preferencí a jejich kvantifikace zavedením funkce užitečnosti jsou významnou ekonomickou výhodou související se spotřebitelskou poptávkou, a tím deskripcí trhu. Vhodným modelem užitečnosti je funkce dvou proměnných (koše/svazku) při zachování vlastností korespondujících s její ekonomickou podstatou. Funkci užitečnosti lze vizualizovat 3D i 2D výstupy využitím indiferenčních křivek a v souvislosti s určením dalších veličin, jako jsou mezní užitečnosti, mezní míra (komoditní) substituce aj., lze analyzovat změnové údaje, a monitorovat tak dynamiku vývoje. Konkrétní výsledky pro konkrétní model funkce užitečnosti jsou postupně diskutovány v průběhu dílčích kroků (A) až (F). Je evidentní že, užití systému Maple je silnou stránkou celého vedení výpočtů a vizualizací, a to jak z pohledu pracovní obslužnosti systému, tak z pohledu časové i prezentační efektivity.

Seznam literatury

Časopis

Chvátalová Z., 2007, *Maple pro e-learning matematiky a matematických disciplín v ekonomických studijních programech*. In: *Trendy ekonomiky a managementu.* roč. 1, č. 1, s. 22-32.

Knihy

Gander W. and Hřebíček J., 2004, *Solving Problems in Scientific Computing Using Maple and Matlab*. 4th ed. Springer Verlag, Berlin. 416 p.

Samuelson P. A. and Nordhaus W. D., 1992, *Economics.* 14th ed. New York: McGraw-Hill. 784 p.

Varian H. R., 1995, *Mikroekonomie.* 1. vyd. Přeložil Ing. Libor Grepa. Praha: Victoria Publishing. 643 s.

Internetové zdroje

Maplesoft [online]. Dostupný z: <http://www.maplesoft.cz>, informační systém CzMUG (Český klub uživatelů Maple), [květen 2009].

Přípravné studijní materiály - studijní text

Chvátalová Z., 2008, *Ekonomické modelování v Maple.* Přípravné původní materiály k projektu FRVŠ, č. 2413/2008, řešitelka Zuzana Chvátalová. Dostupné u autorky (řešitelky).

Mezník I., 2001, *Ekonometrie pro magisterské studijní programy.* 2. vyd. Brno: Ing. Zdeněk Novotný, CSc., Brno, Ondráčkova 105, Brno, 87 s.

Tento článek částečně vznikl v rámci projektu MŠMT FRVŠ, č. 2413/2008 s názvem Inovace v předmětu ekonometrie, jehož jedinou řešitelkou je RNDr. Zuzana Chvátalová, Ph.D.

Summary
RNDr. Zuzana Chvátalová, Ph.D.

Maple like a Tool for the Support of the Quantification in Economics
Nowadays, the methods of quantitative disciplines penetrate also into the solutions of the economic problems of qualitative character, one of which is the utility which relates to the consumer's preferences and the description of the market. The model of the utility function has to respect its factual economic essence and characteristics. The article also monitors the development dynamism with the use of the marginal utilities, and the marginal rate of the substitution of a concrete utility model in the Maple system environment with the use of its time, computational, visualization and presentation efficiency as well as its other priority, which is its logical and intuitive service.

Doručeno redakci: 11.5. 2009
Recenzováno: květen 2009
Schváleno k publikování: 15.6. 2009